

Série n°1 : Algèbre binaire

N.B. :

$\neg x$ signifie l'inverse de x .

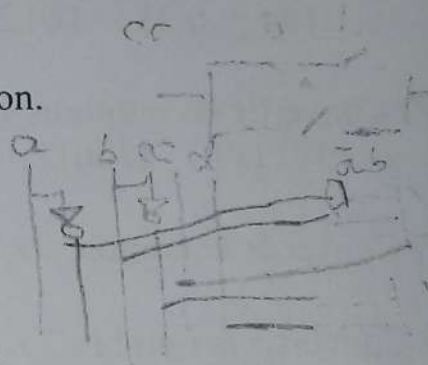
1°/ Donner le circuit électrique correspondant à l'expression suivante :

$$a \cdot \neg c (b + \neg d) + e$$

2°/ On considère l'expression booléenne suivante :

$$y = (\neg a b + c) (d + \neg b)$$

- Donner le circuit électrique correspondant à cette expression.
- Donner le circuit logique correspondant.
- Transformer cette expression en une somme de produits.
- Transformer cette expression en un produit de sommes.



3°/ On considère l'expression booléenne suivante :

$$z = [a + \neg b (\neg a + d)] c + (0 \oplus b) (\neg c + e + \neg d)$$

Trouver le complément de z ($\neg z$).

4°/ Simplifier les expressions suivantes en appliquant les théorèmes de l'algèbre binaire :

$$y = (a + \neg a) b + a b + \neg b$$

$$z = (1 + \neg a + a b) b + \overline{(\neg a b \neg c)} + \neg c (e + f)$$

$$t = (a c + b) (\neg a d + b) (d + \neg d c) (\neg a + b)$$

$$u = \neg a + c (b + c) + \neg (a \neg c) (a + c + \neg a)$$

Série n°2 : Systèmes de numération

1°/ Questions de cours :

- a- Quelle est l'utilité du système de numération hexadécimal ?
- b- Comment passe-t-on de la base 6 à la base 9 ?
- c- On considère les bases 2, 3, 4, 5, 6, 7. Parmi ces bases quelles sont celles dans lesquelles le nombre 45,513 pourrait être écrit.

2°/ Convertir les nombres suivants de la base 10 à la base 2 :

184 ; 0,25 ; 184,25

3°/ Convertir les nombres suivants de la base 2 à la base 10 :

101111 ; 110011,1101

4°/ Convertir le nombre 95,12 de la base 10 à la base 8 et à la base 16.

5°/ Convertir le nombre 352,03 de la base 8 à la base 2.

6°/ Convertir le nombre 352,03 de la base 8 à la base 16.

7°/ Convertir le nombre 1D,4C de la base 16 à la base 2.

8°/ Ecrire les nombres décimaux suivants dans la base 2 en utilisant la représentation module plus signe : 18,25 ; - 41,49 (Prendre 12 chiffres dont 4 chiffres après la virgule)

9°/ Ecrire les nombres décimaux suivants dans la base 2 en utilisant la représentation à base du complément : 29 ; - 14,25 (Prendre 15 chiffres dont 4 chiffres après la virgule)

BA4A

UNIVERSITE HASSAN II DE CASABLANCA-MOHAMMEDIA
FACULTE DES SCIENCES BEN M'SIK DE CASABLANCA
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
FILIERE DE SCIENCES DE LA MATIERE PHYSIQUE (SMP)
PARCOURS : ELECTRONIQUE
TD d'Electronique numérique

Série n°3 : Opérations en binaire - Codes

1°/ Donner la représentation des nombres suivants écrite en virgule flottante normalisée :

157,37 (base 10)

1001101 (base 2)

$0,00110 \times 2^{101}$ (base 2)

Se forme 0,...

2°/ Effectuer en binaire les opérations suivantes en prenant des nombres non signés :

$1100101 + 101,0011$;

$1001,11 \times 1101$;

$10111 - 1010$;

$10010 - 11001$;

3°/ Effectuer l'opération suivante de trois façons différentes (dans le cas de la représentation signée prendre 10 bits pour chaque nombre y compris le bit de signe) :

$11001,11 - 1001$;

4°/ Ecrire les nombres décimaux suivants dans le mode de représentation module plus signe en utilisant le code BCD-8421 (prendre 13 bits) :

+ 048

- 048

5°/ On considère le code BCD-7321. Donner le code des chiffres suivants :

a- 4

b- 8

c- 9

6°/ Ecrire les nombres suivants dans le code BCD-7321 de la question précédente :

a- 49

b- 1,08

Série n°4 : Fonctions binaires

1°/ Soit une fonction $y = f(e, d, c, b, a)$ incomplètement spécifiée définie comme suit :

$$U(f) = \{3, 7, 11, 12, 13, 17, 21, 23, 27, 32\}; \quad R(f) = \{1, 31, 33, 37\}$$

- a- Représenter cette fonction à l'aide de la table de Karnaugh.
- b- Trouver une forme minimale disjonctive. $3d + 1 = 0 \times 1$
- c- Trouver une forme minimale conjonctive. $111 = 0 \times 0$

2°/ On considère la fonction suivante :

$$u = f(v, w, x, y, z) = v/wz + x/y + v/y/z + vw/x/y/z$$

- a- Représenter cette fonction *directement* sur le tableau de Karnaugh.
- b- Trouver les ensembles $U(f)$ et $Z(f)$ directement de l'expression sachant que la fonction est complètement spécifiée.

3°/ On considère la fonction suivante :

$$u = f(v, w, x, y, z) = (v + w + x)(x + y + z)(w + z) \text{ avec } R(f) = \{0, 12, 17, 20\}$$

Trouver directement les ensembles $U(f)$ et $Z(f)$ (sans passer par Karnaugh).

4°/ Trouver un circuit à portes NAND qui détecte les chiffres décimaux. Le circuit reçoit des combinaisons binaires à 4 bits représentant le code binaire pur du chiffre décimal.

5°/ Trouver un circuit combinatoire à portes NOR qui calcule pour tout nombre X compris entre 0 et 9 la valeur $Y = X + 6$. Les nombre X et Y sont codés en binaire pur.

Electronique Numérique 2

Chapitre 1: Algèbre binaire.



$$\bar{0} = 1, \bar{1} = 0$$

Opérateur : AND $\equiv$ et $\rightarrow \cdot \rightarrow y = a \cdot b$ $2^2 = 4$

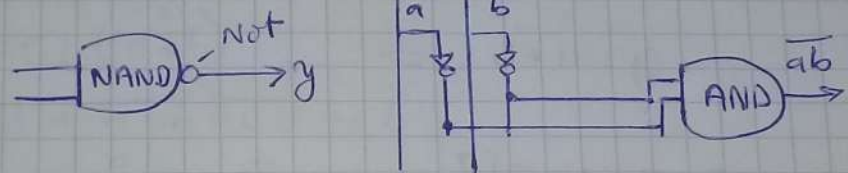
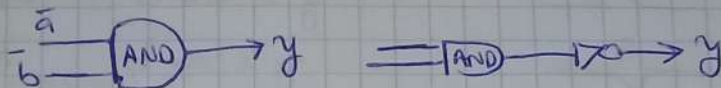
T.V

b	a	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

porte logique :

porte logique NAND : $y = \overline{a \cdot b}$
Not

b	a	y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



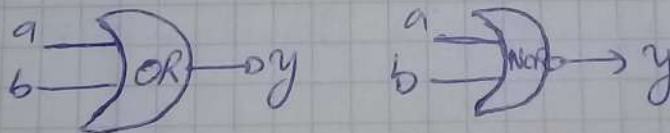
Opérateur OR $\equiv$ ou $\rightarrow + \rightarrow y = a + b$

b	a	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

32 16 8 4 2 1
↑ ↑ ↑ ↑ ↑
2⁵ 2⁴ 2³ 2² 2¹ 2⁰

0 $\rightarrow$ 1
1 $\rightarrow$ 1
2 $\rightarrow$ 10
3 $\rightarrow$ 11
4 $\rightarrow$ 100
5 $\rightarrow$ 101
6 $\rightarrow$ 110
7 $\rightarrow$ 111
8 $\rightarrow$ 1000

Porte logique :



AND :

NAND :

OR :

NOR :

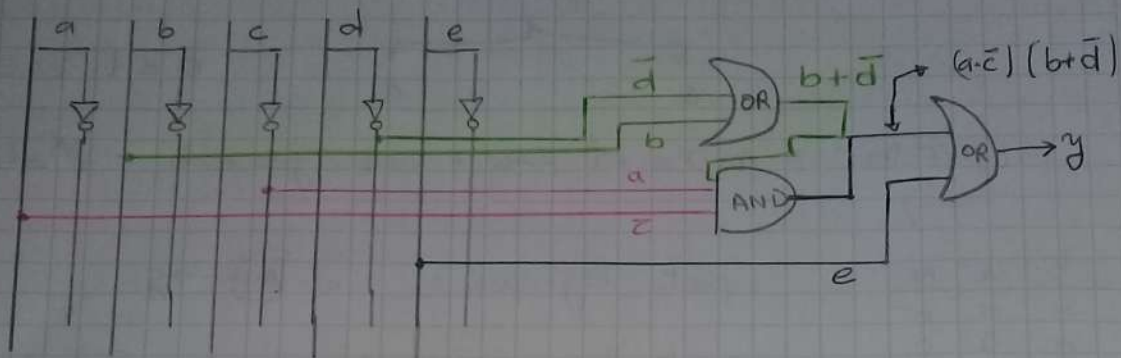
NOT :

XOR :

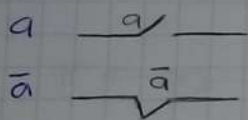
XNOR :

Série 1: Algebre binaire

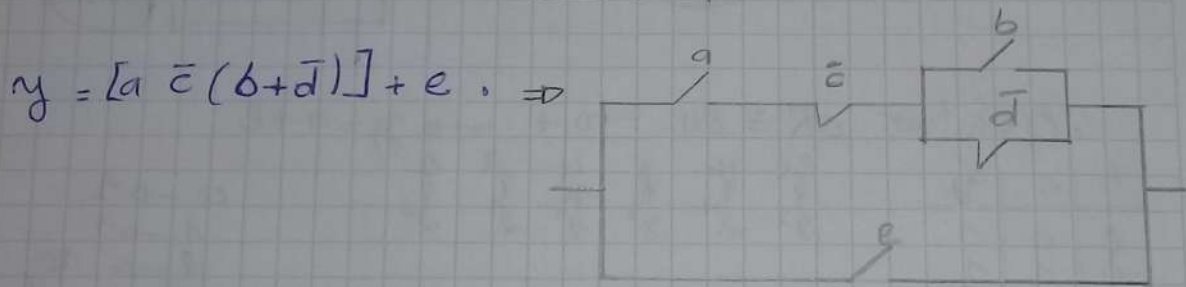
1° - $y = [a \cdot \bar{c}(b + \bar{d})] + e$



→ Circuit électrique

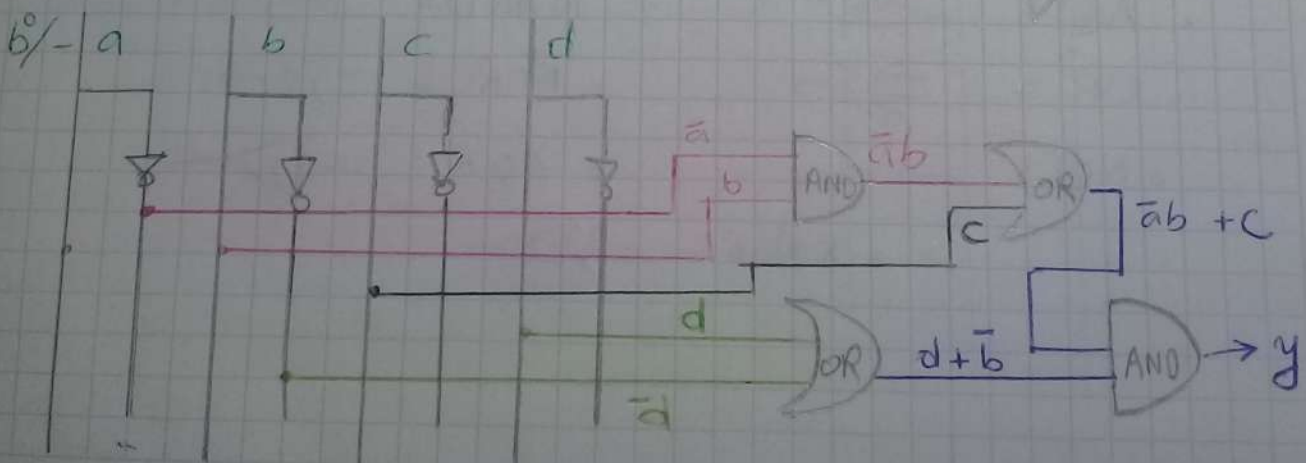


$y = a + b$ en //
 $y = a \cdot b$ en série



2° - a - Circuit électronique

$y = (\bar{a}b + c)(d + \bar{b})$



NB:

- Somme de Produits SOP: $y = (\cdot) + (\cdot) + (\cdot)$
- Produit de Somme POS: $y = (+) \cdot (+) \cdot (+)$
- $a \cdot b = b \cdot a$; $a + b = b + a$; $a(b \cdot c) = (a \cdot b)c$
- $a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$; $a \cdot (b + c) = ab + ac$; $a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$
- $a \cdot 1 = a$; $a + \bar{a} = 1$; $a + 0 = a$; $a \cdot a = a$
- $a \cdot \bar{a} = 0$; $a(a + b) = a$; $a + (a \cdot b) = a$
- $a \cdot (\bar{a} + b) = ab$; $(a \cdot \bar{b}) = \bar{a} + \bar{b}$; $\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$
- $a \oplus b = a\bar{b} + \bar{a}b$

→ C°/ SOP: [NAND]:

$$y = (\bar{a}b + c)(d + \bar{b})$$

$$y = \bar{a}bd + \bar{a}b\bar{b} + cd + c\bar{b}$$

$$y = \bar{a}bd + cd + c\bar{b}$$

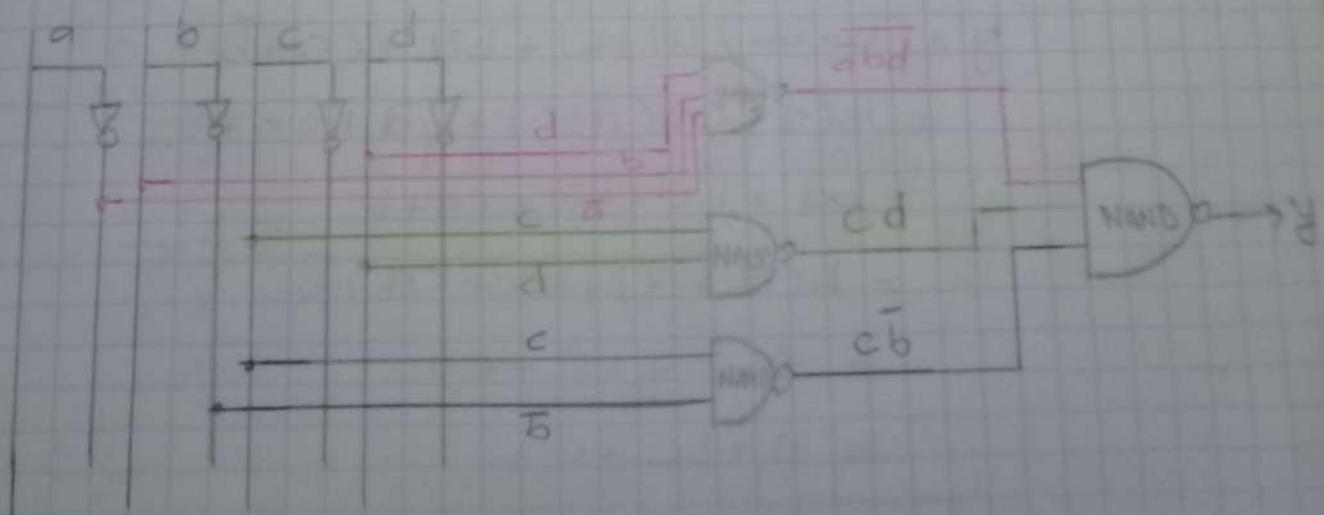
→ d°/ POS: [NOR]:

$$y = (\bar{a}b + c)(d + \bar{b})$$

$$= (\bar{a} + c)(b + c)(d + \bar{b})$$

⚠ SOP ⇒ $[y = \bar{a}bd + cd + c\bar{b}] \rightarrow \text{OR} \rightarrow \text{AND} \rightarrow \text{NAND}$

$$y = \overline{\bar{y}} = \overline{\bar{a}bd + cd + c\bar{b}} = \bar{a}bd \cdot cd \cdot c\bar{b}$$



4/-

$$1 - y = (a + \bar{a})b + ab + \bar{b}$$

$$y = b + ab + \bar{b} = 1 + \bar{a}b = 1$$

$$2 - z = (1 + \bar{a} + ab)b + (\overline{abc}) + \bar{c}(e + f)$$

$$z = b + \bar{a} + \bar{b} + c + \bar{c}e + \bar{c}f$$

$$z = 1 + \bar{a} + c + \bar{c}e + \bar{c}f = 1$$

$$3 - t = (ac + b)(\bar{a}d + b)(d + \bar{d}c)(\bar{a} + b)$$

$$t = (ac + b)(\bar{a}d + b)(d + c)(d + \bar{d})(\bar{a} + b)$$

$$= (ac + b)(\bar{a}d + b)(d + c)(\bar{a} + b)$$

$$= [ac\bar{a}d + acb + b\bar{a}d + b^2][d\bar{a} + db + c\bar{a} + cb]$$

$$= b(ac + \bar{a}b + 1) \cdot (d\bar{a} + db + c\bar{a} + cb)$$

$$= bd\bar{a} + bd + bc\bar{a} + bc$$

$$= bd(\bar{a} + 1) + bc(\bar{a} + 1)$$

$$= bd + bc$$

$$= b(d + c)$$

$$4 - v = \bar{a} + c(b + c) + (\overline{a\bar{c}})(a + c + \bar{a})$$

$$= a + cb + c + \bar{a} + c$$

$$= a + c(b + 1) + \bar{a} + c$$

$$= \bar{a} + c + \bar{a} + c$$

$$= \bar{a} + c$$

exam 2015

$$y = (b + bc)(d + c) + b\bar{d} + ca + \bar{b}$$

$$= b(1 + c)(d + c) + b\bar{d} + ca + \bar{b}$$

$$= bd + bc + b\bar{d} + ca + \bar{b}$$

$$= b(d + \bar{d}) + bc + ca + \bar{b}$$

$$= b + b + bc + ca$$

$$= 1 + bc + ca$$

$$\boxed{y = 1}$$

NB3

XORS $y = a \oplus b = a\bar{b} + \bar{a}b$

b	a	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$\overline{0 \oplus b} = \overline{0b + 0b} = \overline{0b + 1b} = \bar{b}$$

$$\begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \Rightarrow \text{XOR} \rightarrow y ; \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \Rightarrow \text{XNOR} \rightarrow y$$

3% $z = [a + b(\bar{a} + d)]c + b(\bar{c} + e + \bar{d})$

$$N_2 = 10010.001 \Rightarrow N_{10} = 0 \times 2^9 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3$$

$$\{ N_{10} = 18.125 \}$$

$$\{ 128 \{ 64 \{ 32 \{ 16 \{ 8 \{ 4 \{ 2 \{ 1 \{ 0.5 \{ 0.25 \{ 0.125 \{ 0.0625 \}$$

$$N_{10} = 18.125$$

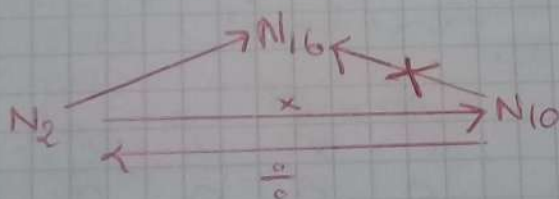
$$(18)_{10} \Rightarrow (10010)_{2}$$

$$\text{base } 2: \{0, 1\}$$

$$\text{base } 10: \{0, \dots, 9\}$$

$$\text{base } 16: \{0, \dots, 9, A, B, C, D, E, F\}$$

$$\begin{array}{r} 18 \mid 2 \\ 9 \mid 2 \\ 1 \mid 2 \\ 0 \mid 2 \\ 0 \mid 1 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 0.125 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\textcircled{0.125}$$

$$\times 2$$

$$\textcircled{0.5}$$

$$\times 2$$

$$\textcircled{1.0}$$

$$\begin{array}{r} 0.10 \\ \times 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(0.125)_{10} = (0.001)_{2}$$

Série 2:

EX 23

Convertir les nbres suivant de la base 10 à la base 2 $\xrightarrow{8}$ 16 3 184; 0,25; 184; 25

$$\begin{array}{r|l}
 184 & 2 \\
 \hline
 0 & 92 \\
 & 2 \\
 \hline
 0 & 46 \\
 & 2 \\
 \hline
 & 23 \\
 & 2 \\
 \hline
 1 & 11 \\
 & 2 \\
 \hline
 & 5 \\
 & 2 \\
 \hline
 & 1 \\
 & 2 \\
 \hline
 & 0 \\
 & 2 \\
 \hline
 & 1
 \end{array}
 \quad (184)_{10} = (10111000)_2$$

$8 = 2^3 \rightarrow 3 \text{ bits}$

$(0,25)_{10} = (0,01)_2$

$\times 2 \quad (0,010)$

$\times 2 \quad (0,2)_2$

$\times 2 \quad (0,0100)_2$

$\times 2 \quad (0,4)_{16}$

$184,25 = (10111000,01)_2$

$(184)_{10} = (\underbrace{010}_{16} \underbrace{111}_{8} \underbrace{000}_{4})_2 = (270)_8 = (B8)_{16}$

84 21

111

010

1000

1011

	2^3	2^2	2^1	2^0	N
	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	1
	0	0	1	0	2
	0	0	1	1	3
	0	1	0	0	4
	0	1	0	1	5
	0	1	1	0	6
	0	1	1	1	7
	1	0	0	0	8
	1	0	0	1	9
	1	0	1	0	A
	1	0	1	1	B
	1	1	0	0	C
	1	1	0	1	D
	1	1	1	0	E

EX38

$$(101111)_2 = (47)_{10}$$

$$1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4$$

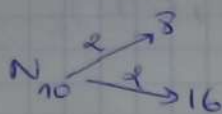
$$(110011, 1101)_2 = (51,8125)_{10}$$

EX78

$$(1D14C)_{16} = (00011101, 01001100)_2$$

EX48

NB:



$$(95)_{10} = (001011111)_2$$

$$(137)_8$$

$$(5F)_{16}$$

$$(0,112)_{10}$$

$$\begin{array}{r} 0,112 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\boxed{0,96}$$

$$\times 8$$

$$\boxed{7,68}$$

$$\boxed{0,68}$$

$$\times 8$$

$$\boxed{5,44}$$

$$0,44$$

$$\times 8$$

$$\boxed{3,52}$$

$$(0,075)_8$$

$$(05,12)_{10} = (01011111)_2$$

$$0,12$$

$$\times 2$$

$$\boxed{0,24}$$

$$\times 2$$

$$\boxed{0,48}$$

$$\times 2$$

$$\boxed{0,96}$$

$$\times 2$$

$$\boxed{1,92}$$

$$\times 0,5$$

$$\boxed{1,54}$$

$$0,84$$

$$\times 2$$

$$\boxed{1,68}$$

$$0,68$$

$$\times 2$$

$$\boxed{1,36}$$

$$\begin{array}{r} 0,112 \\ \times 16 \\ \hline \end{array}$$

$$\boxed{1,92}$$

$$0,92$$

$$\times 16$$

$$\boxed{14,72}$$

$$0,72$$

$$\times 16$$

$$\boxed{11,52}$$

$$0,52$$

$$\times 16$$

$$\boxed{8,32}$$

$$(0,1EB8)_{16}$$

EX58

$$(352,03)_3 = (\overline{011101010}, \overline{000011})_2$$

NB: $N_8 \xrightarrow{3\text{bit}} N_2$; $N_{16} \xleftarrow{4\text{bit}} N_2$

EX68

$$(352,03)_3 = (\overline{11101010}, \overline{00001100})_2$$

$$= (EA, 0C)_{16}$$

EX88 18 bits:

$$(18,25)_{10} = (10010,01)_2$$

0 0 0 1 0 0 1 0 ; 0 1 0 0

signe

$$\begin{cases} + \rightarrow 0 \\ - \rightarrow 1 \end{cases}$$

$$(41,49)_{10}$$

$$(41)_{10} \rightarrow (101001)_2$$

signe 1 0 1 0 1 0 0 1 ; 0 1 1 1

$$(-N) = (\bar{N}) + 1$$

C₂

C₁

$$0,49$$

$$\times 2$$

$$\overline{0,98}$$

$$\times 2$$

$$\overline{1,96}$$

$$0,96$$

$$\times 2$$

$$\overline{1,92}$$

$$0,92$$

$$\times 2$$

$$\overline{1,84}$$

$$8421$$

binaire

$$1 \rightarrow 1$$

$$2 \rightarrow 10$$

$$3 \rightarrow 11$$

$$4 \rightarrow 100$$

Ex 23

$$\begin{aligned}
 (14,25)_{10} &= (000\ 0000\ 1110; 0100)_2 \\
 &= (000\ 0000\ 1110\ 90100)_{C_1} \\
 &= (1\ 111111\ 0001; 10111)
 \end{aligned}$$

$$-(14,25)_{10} = (1111\ 111\ 0001; 1100)_{C_2}$$

Série 3: Opération en binaire - Codes.

Ex 28

Exemple

$$\begin{aligned}
 V_f &\xrightarrow{\log_{10}} 0, N \times 10^{\pm} \equiv 0,1^{\pm} \\
 &\searrow \log_2 \quad 0, N \times 2
 \end{aligned}$$

$$(1025)_{10} = 0,1025 \times 10^4$$

$$(0,001025)_{10} = 0,1025 \times 10^{-3}$$

$$(157,37)_{10} = 0,15737 \times 10^3$$

$$(1001101)_2 = 0,1001101 \times 2^{101} \quad \downarrow 3$$

$$(0,00110 \times 2^{101})_2 = 0,110 \times 2^{11}$$

$$(0,00110 \times 2^5 = 0,110 \times 2^{101} \times 2^{-10})$$

Ex 28

1°/

$$\begin{array}{r}
 1100101,0000 \\
 + 0000101,0011 \\
 \hline
 1101010;0011
 \end{array}$$

2°/

$$\begin{array}{r}
 1001,11 \\
 \times 1101 \\
 \hline
 100111 \\
 000000 \\
 100111 \\
 100111 \\
 \hline
 111110,11
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3^o \quad 10111 \\ - 01010 \\ \hline 01101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4^o \quad 0011010 \\ - 11001 \\ \hline 111001 \end{array}$$

EX 38

$$11001,11 - 1001$$

nm - sg

$$A - B = \boxed{}$$

↑
+ ← 1 → -

25.9

si A > B

$$A - B = A + BC_2$$

$$= A + \bar{B} + 1$$

si A < B
 $(\bar{A} + B)$

$$= \boxed{}$$

↑
1 = - + = 0

$$\begin{aligned} 2^o \quad A &= 11001,11 \\ B &= 01001,00 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 11001,11 \\ - 01001,00 \\ \hline \boxed{10000,11} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3^o \quad A &= 11001,11 \\ B &= 01001,00 \\ \bar{B} &= 10110,11 \\ + & \quad \quad \quad 1 \\ \hline \bar{B} + 1 &= 10111,00 \end{aligned}$$

$$A + \bar{B} + 1 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r} 11001,11 \\ + 10111,00 \\ \hline \boxed{10000,11} \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 3^\circ \quad A &= 11001,11 \\
 \bar{A} &= 00110,00 \\
 + \\
 B &= 01001,00 \\
 B + \bar{A} &= 01111,00 \\
 B + \bar{A} &= \boxed{1} 0000,11
 \end{aligned}$$

2° 10 bits

$$\begin{aligned}
 A &= 00011001,11 \\
 B &= 00001001,00 \\
 \bar{B} &= 1110110,11 \\
 + \\
 \bar{B} + 1 &= 1111011,00 \\
 + A &= 00011001,11 \\
 A + \bar{B} + 1 &= \boxed{0} 0010000,11
 \end{aligned}$$

EX48

+48

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 0 & 0000 & 0100 & 1000 \\
 \hline
 \end{array}$$

-48

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 1 & 0000 & 0100 & 1000 \\
 \hline
 \end{array}$$

EX58

BCD f321

$$4: 0101$$

$$8: 1001$$

$$9: 1010$$

EX68 BCD f321

$$49: 0101 \ 1010$$

$$| \ 1,08 \ 800 \ 1,000 \ 1001$$

Série 4: Tableaux Karnaugh.

$$y = f(e, d, c, a)$$

$$U(f) \rightarrow 1$$

$$E(f) \rightarrow 0$$

$$R(f) \rightarrow n$$

avec $x \in \{0, 1\}$

$\Rightarrow$ Table de Karnaugh 2^n

$$y = f(a)$$

a
0
1

$$y = f(b, a)$$

a
0
1
2
3

$$y = f(c, b, a)$$

a
0
1
2
3
4
5
6
7

$$y = f(d, c, b, a)$$

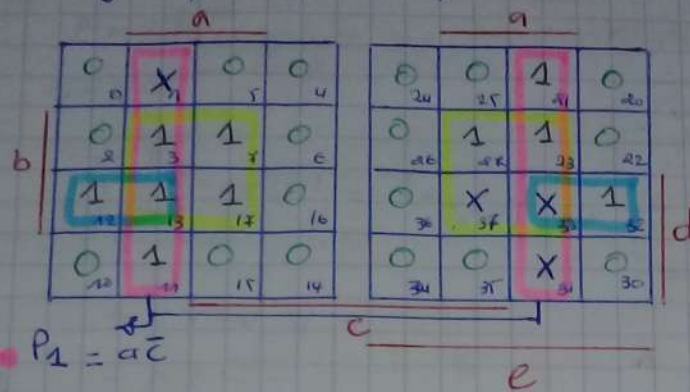
a
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

$$y = f(e, d, c, b, a)$$

a
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31

EX 18 $y = f(a, d, c, b, a)$

a/



$P_2 = ab$

$P_3 = b\bar{c}d$

b/ une forme minimale disjunctive : SOP (Somme de Produits)

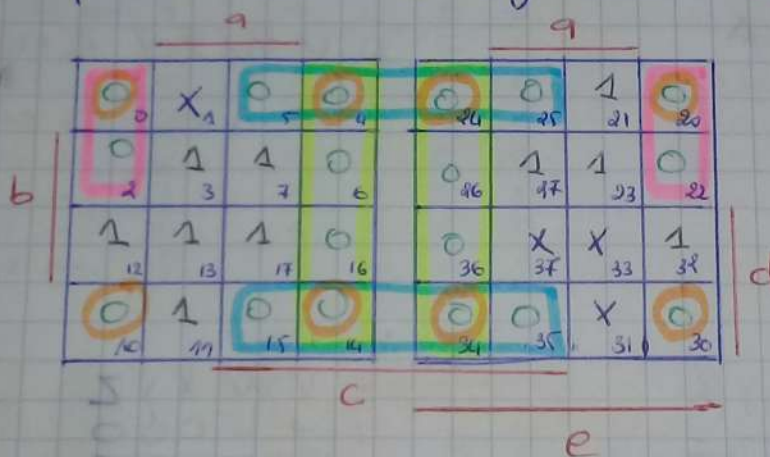
$P_1 = a\bar{c}$

$P_2 = ab$

$P_3 = b\bar{c}d$

$\Rightarrow y = a\bar{c} + ab + b\bar{c}d$

c/ une forme minimale conjonctive : POS (Produit de Somme)



$S_1 = a + \bar{c}$

$S_2 = a + d$

$S_3 = b + \bar{c}$

$S_4 = a + b$

$\Rightarrow y = (a + \bar{c}) \cdot (a + d) \cdot (b + \bar{c}) \cdot (a + b)$

EX 20 $y = f(v, w, x, y, z) = v\bar{w}z + wy + \bar{v}\bar{y}z + v\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$

a/ $\Rightarrow$ Tableau de Karnaugh



$$U(f) = \{1, 5, 7, 16, 17, 26, 27, 37, 21, 23, 30\}$$

$$Z(f) = \{0, 2, 3, 4, 10, 14, 20, 22, 24, 32, 33, 34, 35\}$$

Q: 2^{ème} Méthode:

$$U = \text{sol} \rightarrow \begin{matrix} x=1 \\ \bar{x}=0 \end{matrix}$$

$$U = f(v, w, x, y, z)$$

$$U = v\bar{w}z + xy + \bar{v}\bar{y}z + v\bar{w}xyz = \text{POS} \rightarrow \begin{matrix} x=0 \\ \bar{x}=1 \end{matrix}$$

$$v \ w \ x \ y \ z$$

$$1 \ 0 \ - \ - \ 1$$

$$\begin{matrix} 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \rightarrow 21 \\ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \rightarrow 23 \\ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \rightarrow 25 \\ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \rightarrow 27 \end{matrix}$$

$$v \ w \ x \ y \ z$$

$$- \ - \ 1 \ 1 \ -$$

$$\begin{matrix} 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \rightarrow 6 \\ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \rightarrow 7 \\ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \rightarrow 16 \\ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \rightarrow 17 \\ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \rightarrow 26 \\ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \rightarrow 27 \\ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \rightarrow 36 \\ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \rightarrow 37 \end{matrix}$$

$$v \ w \ x \ y \ z$$

$$- \ - \ - \ 0 \ 1$$

$$\begin{matrix} 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \rightarrow 1 \\ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \rightarrow 5 \\ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \rightarrow 11 \\ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \rightarrow 15 \end{matrix}$$

$$v \ w \ x \ y \ z$$

$$1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \rightarrow 30$$

EX 38

$$v \ w \ x \ y \ z$$

$$0 \ 0 \ 1 \ - \ -$$

$$\begin{matrix} 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \rightarrow 4 \\ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \rightarrow 5 \\ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \rightarrow 6 \\ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \rightarrow 7 \end{matrix}$$

$$v \ w \ x \ y \ z$$

$$- \ - \ 0 \ 0 \ 0$$

$$\begin{matrix} 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \rightarrow 0 \\ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \rightarrow 10 \\ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \rightarrow 20 \\ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \rightarrow 30 \end{matrix}$$

$$v \ w \ x \ y \ z$$

$$- \ 0 \ - \ - \ 1$$

$$\begin{matrix} 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \rightarrow 1 \\ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \rightarrow 3 \\ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \rightarrow 5 \\ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \rightarrow 7 \\ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \rightarrow 21 \\ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \rightarrow 23 \\ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \rightarrow 25 \\ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \rightarrow 27 \end{matrix}$$

$$Z(f) = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 21, 23, 25, 27, 30\}$$

$$U(f) = \{2, 11, 13, 14, 15, 16, 22, 24, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37\}$$

EX48

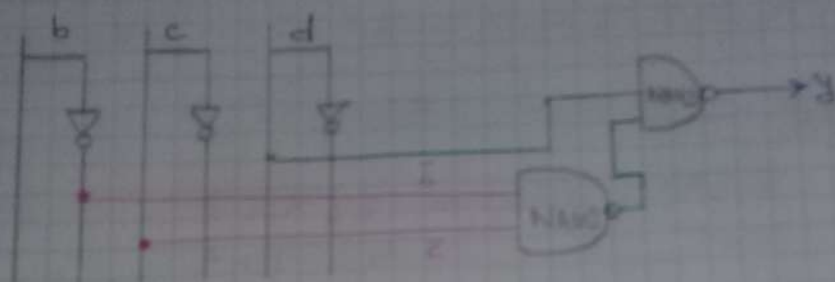
chiffre décimal $\Rightarrow 0 \leq x \leq 9$

$9 = 1001$
dcba



	d	c	b	a	y
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
10 $\leftarrow$ 8	1	0	0	0	1
11 $\leftarrow$ 9	1	0	0	1	1
12 $\leftarrow$ 10	1	0	1	0	0
13 $\leftarrow$ 11	1	0	1	1	0
14 $\leftarrow$ 12	1	1	0	0	0
15 $\leftarrow$ 13	1	1	0	1	0
16 $\leftarrow$ 14	1	1	1	0	0
17 $\leftarrow$ 15	1	1	1	1	0

	a			
	0	1	5	4
	2	3	7	6
	12	13	18	16
	10	11	15	14
	c			



EX6: EXm(m(0,1,5))

Une fonction binaire $y = f(d, c, b, a)$ est décrite à l'aide du Tableau du karnough suivant:

a \ b	0	1	2	3
0	0	1	0	0
1	0	0	1	0
2	0	0	0	1
3	0	0	0	0

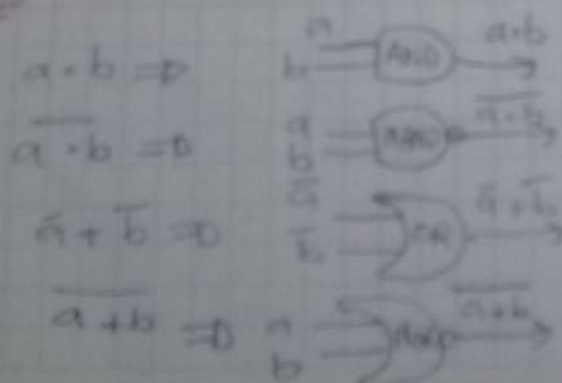
- 1- Donner une sol minimale de la fct y : (2pt)
- 2- Déterminer circuit logique de cette fonction: (3pt)

EX7:

c	b	a	y_1	y_2	y_3
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

- 1- T.K de y_1, y_2, y_3
- 2- Déterminer sol de y_1, y_2, y_3
- 3- Circuit logique y_1, y_2, y_3

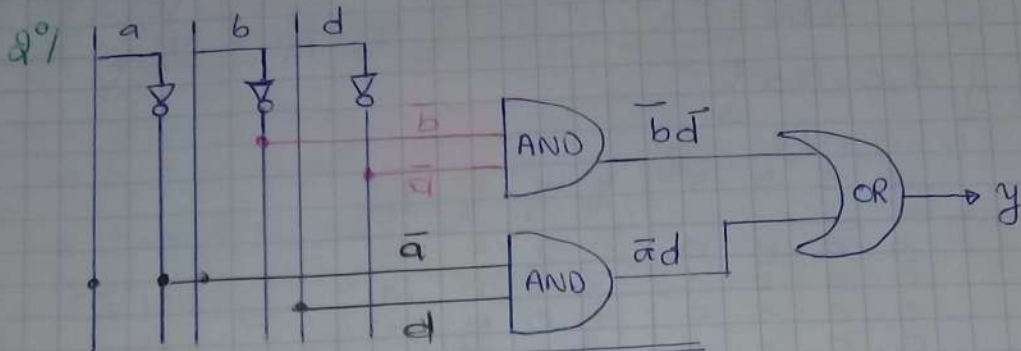
NB:



RP: EX68

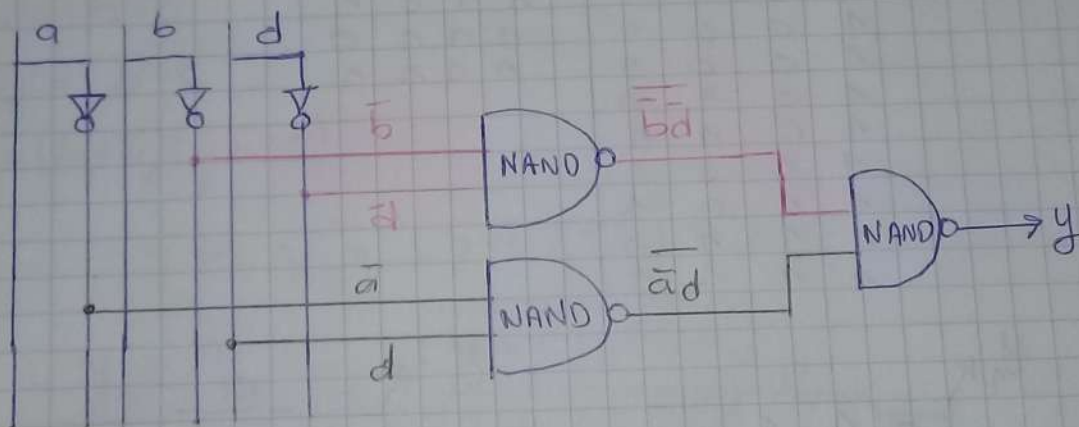
$$1^o \quad y_1 = I_1 + I_2 = \bar{b}\bar{d} + \bar{a}d : \text{SOP}$$

$$y_2 = S_1 \cdot S_2 = (\bar{b} + d)(\bar{a} + d) : \text{POS}$$



$$y_1 = \overline{\overline{y_1}} = \overline{(\bar{b}\bar{d}) + (\bar{a}d)} \quad \leftarrow \text{NAND}$$

$$= \overline{\bar{b}\bar{d}} \cdot \overline{\bar{a}d}$$



EX78

3^o

	<u>a</u>			
<u>b</u>	1	0	0	0
	0	0	0	0
	2	3	7	6

$$\Rightarrow y_3 = (\bar{a} \bar{b} \bar{c})$$

	<u>a</u>			
	0	0	1	1
<u>b</u>	1	1	1	1
	2	3	7	6

c

$$\Rightarrow y_2 = b + c$$

$V_{cc} = 1$
la massa = 0

	<u>a</u>			
	0	0	1	1
<u>b</u>	0	1	0	0
	2	3	7	6

c

$$\Rightarrow y_1 = \bar{b} \cdot c + a \cdot b \bar{c}$$

EX58

Portes NOR

Réseau Combinatoire = se forme binaire



$$0 \leq x < 9$$

$$9 \rightarrow 1001$$

4 bit

$\{d, c, b, a\}$

$$y = x + 6$$

$$\text{si } x = 9 \Rightarrow y = 15 \rightarrow 4 \text{ bit } 1111$$

$\{y_4, y_3, y_2, y_1\}$

d	c	b	a	y_4	y_3	y_2	y_1
0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0				
1	0	1	1				
1	1	0	0				
1	1	0	1				
1	1	1	0				
1	1	1	1				

y_1

<u>a</u>			
0 ₀	1 ₁	1 ₂	0 ₃
0 ₄	1 ₅	1 ₆	0 ₇
X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁
0 ₁₂	1 ₁₃	X ₁₄	X ₁₅
<u>c</u>			
b d			

$$\Rightarrow y_1 = a$$

y_2

<u>a</u>			
1 ₀	1 ₁	1 ₂	1 ₃
0 ₄	0 ₅	0 ₆	0 ₇
X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁
1 ₁₂	1 ₁₃	X ₁₄	X ₁₅
<u>c</u>			
b d			

$$\Rightarrow y_2 = \bar{b}$$

y_3

	a		
	1 ₀	1 ₁	0 ₅ 0 ₄
b	0 ₂	0 ₃	1 ₇ 1 ₆
	x ₁₂	x ₁₃	x ₁₈ x ₁₆
	1 ₁₀	1 ₁₁	x ₁₅ x ₁₄
	c		d

y_4

	a		
	0 ₀ 0 ₁	1 ₅	1 ₄
	1 ₂	1 ₃	1 ₇ 1 ₆
b	x ₁₂	x ₁₃	x ₁₈ x ₁₆
	1 ₁₀	1 ₁₁	x ₁₅ x ₁₄
	c		d

→ Sans X :

$S_2 = \bar{b} + c + d$

⇒

$S_1 = b + \bar{c} + d$

$y_3 = (S_1) \cdot (S_2)$
 $= (b + \bar{c} + d) \cdot (\bar{b} + c + d)$

→ avec X 8

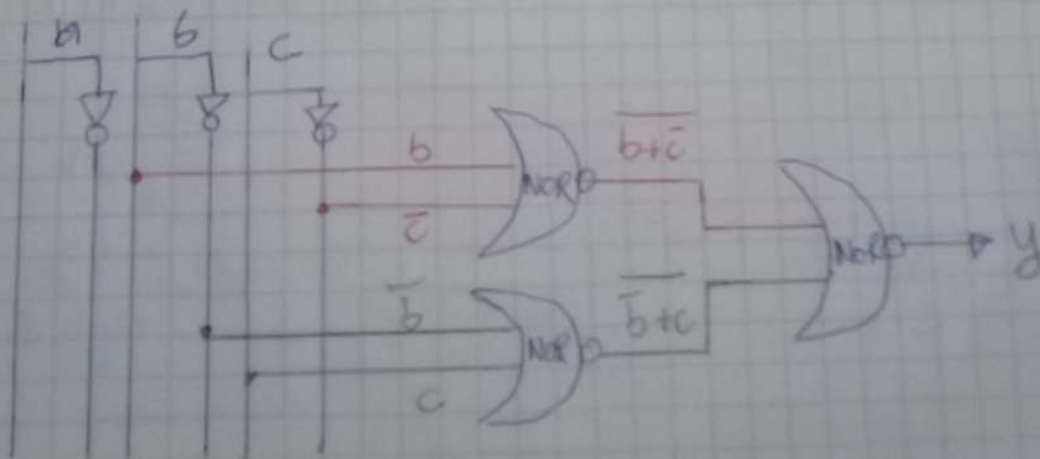
$S_1 = b + \bar{c}$

$S_2 = \bar{b} + c$

⇒ $y_3 = (b + \bar{c}) \cdot (\bar{b} + c)$

⇒ $y_3 = (b + \bar{c}) \cdot (\bar{b} + c)$

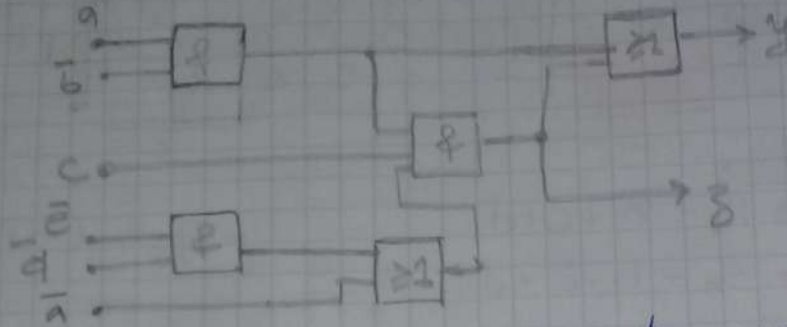
$y_3 = \bar{y}_3 = \overline{(b + \bar{c}) \cdot (\bar{b} + c)}$
 $y_3 = \overline{(b + \bar{c}) + (\bar{b} + c)}$



Série 5

EX 18

a/- Transformer le circuit suivant en un circuit à portes NOR:



b/- Transformer le circuit suivant à portes NAND & (du m circuit ↑)

NB:

• Règles A:

SOP $\rightarrow$ NAND

POS $\rightarrow$ NOR

$\Rightarrow$ Remplacer les portes AND < OR > vers NAND < OR >

• Règle B:

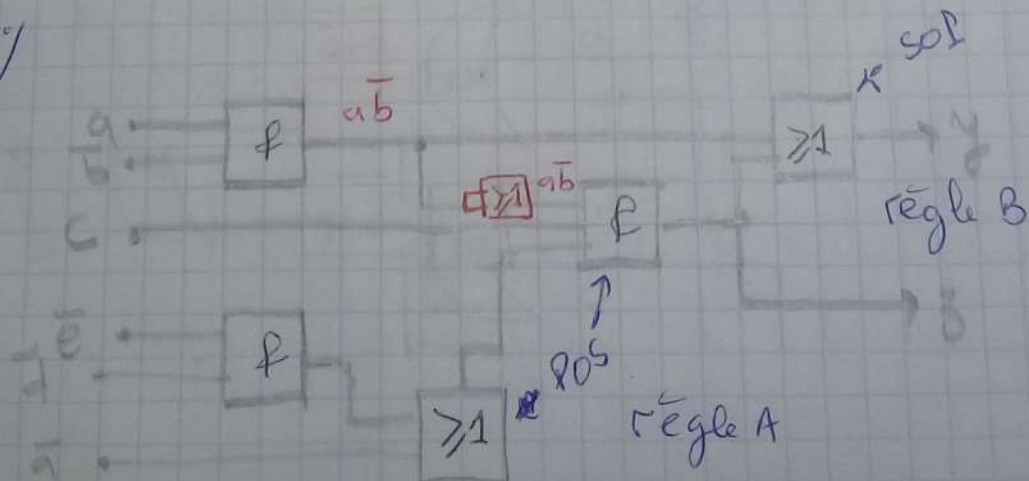
SOP $\rightarrow$ NOR

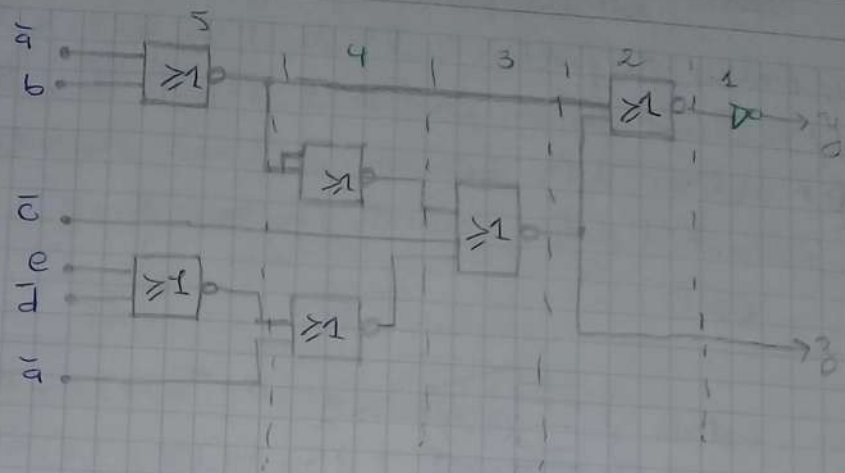
POS $\rightarrow$ NAND

$\Rightarrow$ Remplacer les portes AND < OR > vers NAND < NOR >
+ Ajouter une porte Not (sortie)

Rép:

a/-





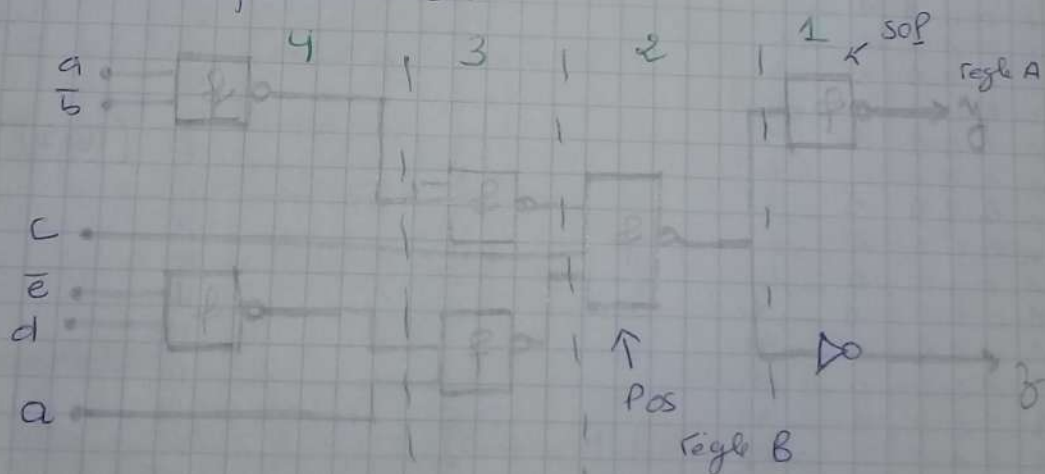
NB:

OR $\rightarrow$ SOP $\rightarrow y = a + b = ab + \bar{a}b$

AND $\rightarrow$ POS $\rightarrow y = (+) \cdot (+)$

• Règle C: séparer les portes logique se forme de niveaux (sortie vers entrancée) et inverser les entrées à niveau impair

b/ circuit à portes NAND.



EX28

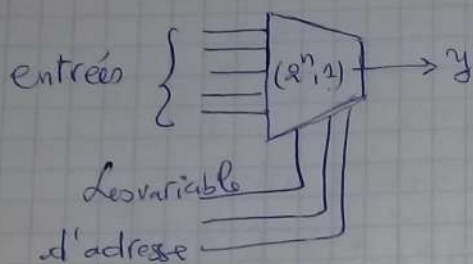
Soit une fonction $y = f(d, c, b, a) = a + db + \bar{c}b$

a/ Réaliser cette fonction à l'aide d'un seul multiplexeur

b/ Réaliser la même fonction à l'aide de multiplexeur (2x1)

NB : utiliser le th. de Shannon et choisir les variables d'adresse suivant d'ordre suivants a, b, c, d .

Rapels

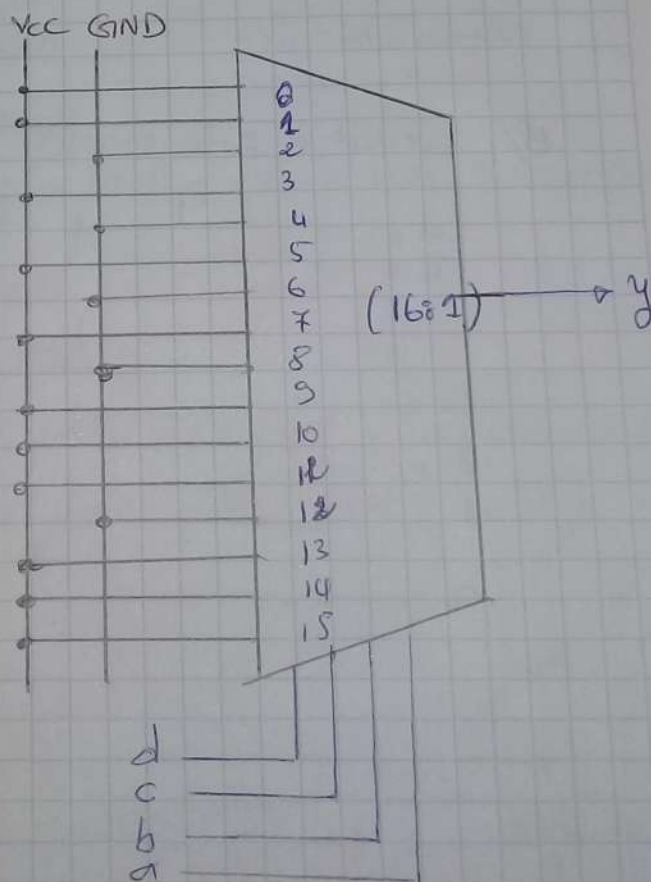


Réponse

$$y = a + bd + \bar{c}b$$

a/

d	c	b	a	y
0	0	0	0	1 → 0
0	0	0	1	1 → 1
0	0	1	0	0 → 2
0	0	1	1	1 → 3
0	1	0	0	0 → 4
0	1	0	1	1 → 5
0	1	1	0	0 → 6
0	1	1	1	1 → 7
1	0	0	0	0 → 8
1	0	0	1	1 → 9
1	0	1	0	1 → 10
1	0	1	1	1 → 11
1	1	0	0	0 → 12
1	1	0	1	1 → 13
1	1	1	0	1 → 14
1	1	1	1	1 → 15



$$b) \quad y = a + db + \bar{c}\bar{b}$$

NB: 9th. de Shannon

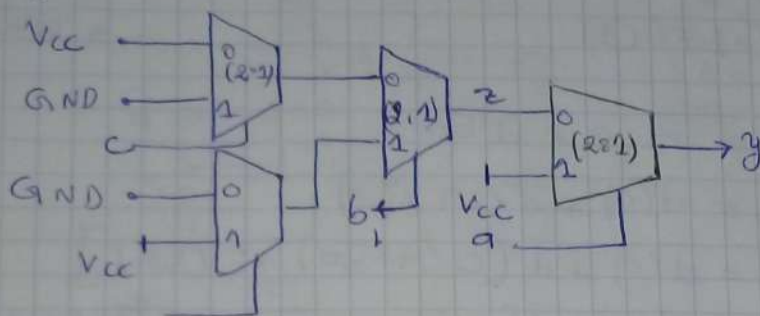
$$y = a(y) + \bar{a}(y)$$

$$\begin{cases} a=1 \\ \bar{a}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=0 \\ \bar{a}=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = a(1 + bd + \bar{c}\bar{b}) + \bar{a}(0 + bd + \bar{c}\bar{b})$$

$$y = a(1) + \bar{a}(bd + \bar{c}\bar{b})$$



$$z = bd + \bar{c}\bar{b}$$

$$= b(1d + \bar{c}0) + \bar{b}(0d + \bar{c} \cdot 1)$$

$$z = b(d) + \bar{b}(\bar{c})$$

$$w = \bar{c} = c(0) + \bar{c}(1)$$

$$y = d = d(1) + \bar{d}(0)$$

Examen 2015

$$y = f(d, c, b, a) = \bar{d}\bar{c}a + \bar{d}\bar{b}\bar{a}$$

a/- Réaliser cette fonction à l'aide de plusieurs Mux 2:1 en appliquant la m.th. de Shannon de d, c, b...

Réponse:

$$y = \bar{d}ca + \bar{d}\bar{b}\bar{a}$$

$$y = d(0ca + 0\bar{b}\bar{a}) + (\bar{d}(1ca + 1\bar{b}\bar{a}))$$

$$\boxed{y = d(0) + \bar{d}(\underbrace{ca + \bar{b}\bar{a}}_w)}$$

$$-ow = ca + \bar{b}\bar{a}$$

$$= c(1a + 1\bar{a}) + \bar{c}(0a + 1\bar{a})$$

$$\boxed{w = c(\underbrace{a + \bar{a}}_x) + \bar{c}(\underbrace{1\bar{a}}_z)}$$

$$x = a + \bar{a}$$

$$x = b(a + 0\bar{a}) + \bar{b}(1a + 1\bar{a})$$

$$= b(1) + \bar{b}(1)$$

$$z = \bar{b}\bar{a}$$

$$= \bar{b}(0\bar{a}) + \bar{b}(1\bar{a})$$

$$= \bar{b}(0) + \bar{b}(1)$$

$$\Rightarrow y = \bar{d}ca + \bar{d}\bar{b}\bar{a}$$

$$= d(0) + \bar{d}(ca + \bar{b}\bar{a})$$

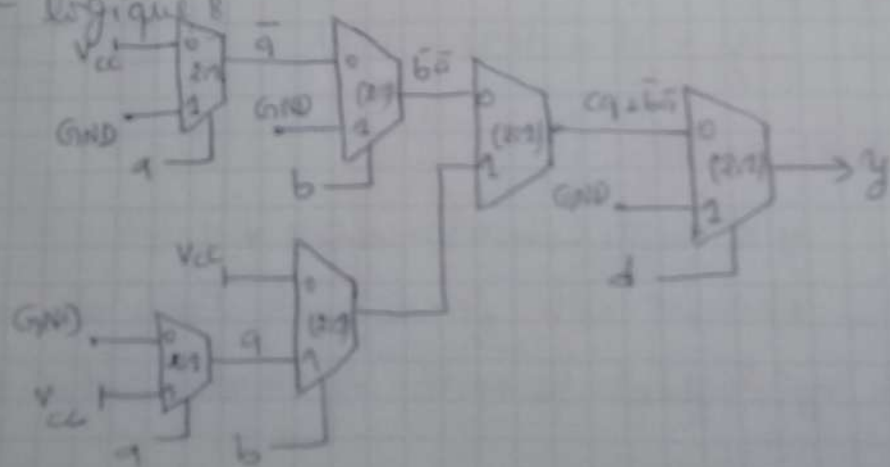
$$= d(0) + \bar{d}[c(a + \bar{b}\bar{a}) + \bar{c}(\bar{b}\bar{a})]$$

$$= d(0) + \bar{d}[c[b(a + \bar{b}(1)) + \bar{c}(\bar{b}(0) + \bar{b}(1))]]$$

$$= d(0) + \bar{d}cb(a) + \bar{d}c\bar{b}(1) + \bar{d}\bar{c}\bar{b}(0) + \bar{d}\bar{c}\bar{b}(1)$$

$$\boxed{y = d(0) + \bar{d}cb[a(1) + \bar{a}(0)] + \bar{d}c\bar{b}(1) + \bar{d}\bar{c}\bar{b}[a(0) + \bar{a}(1)]}$$

⇒ Circuit logique :



$$\Rightarrow f(d, c, b, a) = y = ba + c\bar{b}\bar{a} + \bar{d}b\bar{a}$$

Δ 8x1 Mux (481) :

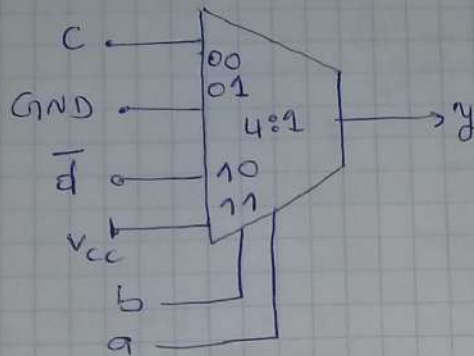
Ans

$$y = a(b \cdot 1 + c\bar{b}0 + \bar{d}b0) + \bar{a}(b0 + c\bar{b}1 + \bar{d}b1)$$

$$= a(b) + \bar{a}(c\bar{b} + \bar{d}b)$$

$$a = [b(1) + \bar{b}(0)] + \bar{a}[b(c0 + \bar{d}1) + \bar{b}(c1 + \bar{d}0)]$$

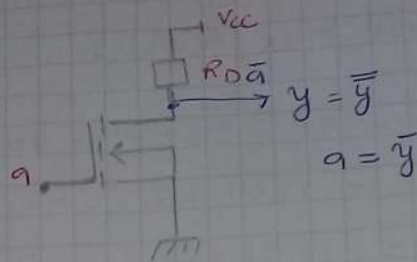
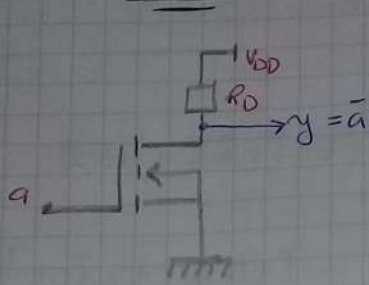
$$y = ab(1) + a\bar{b}(0) + \bar{a}b(\bar{d}) + \bar{a}\bar{b}(c)$$



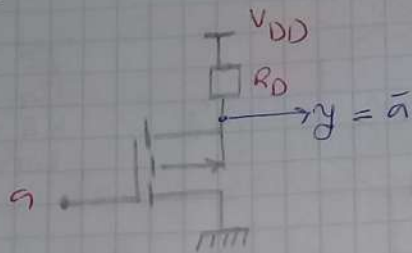
	b	a
$\bar{b}\bar{a} = 0$	0	0
$\bar{b}a = 0$	0	1
$b\bar{a} = 1$	1	0
$ba = 1$	1	1

famille logique

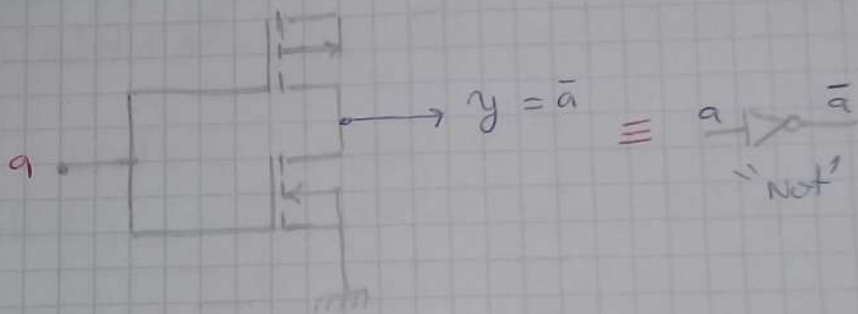
NMOS:



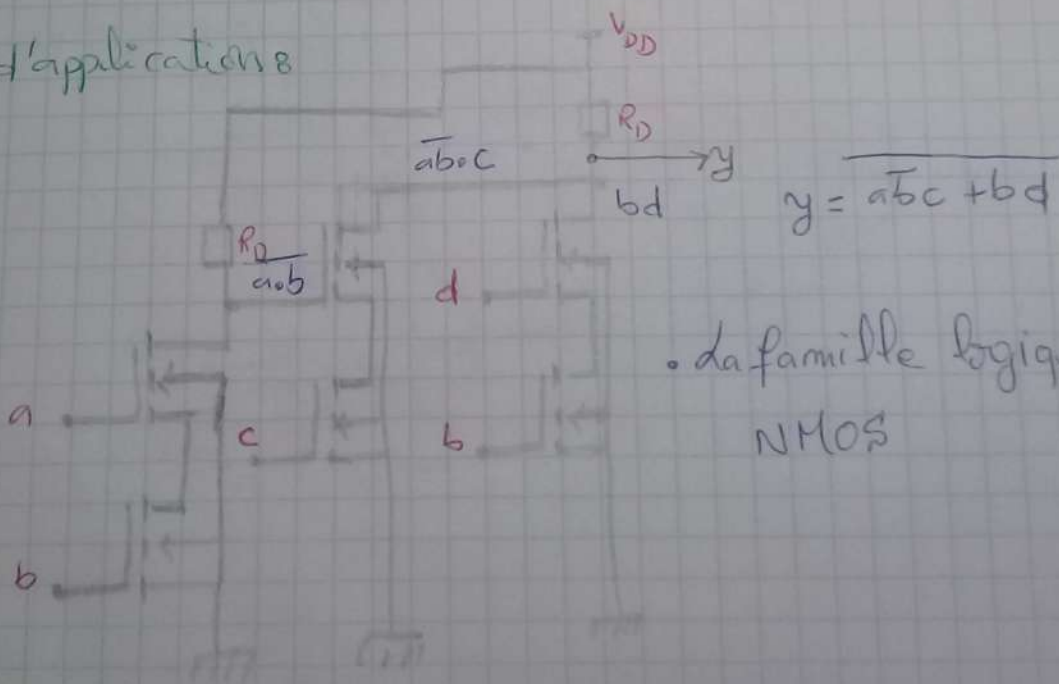
PMOS:



CMOS:



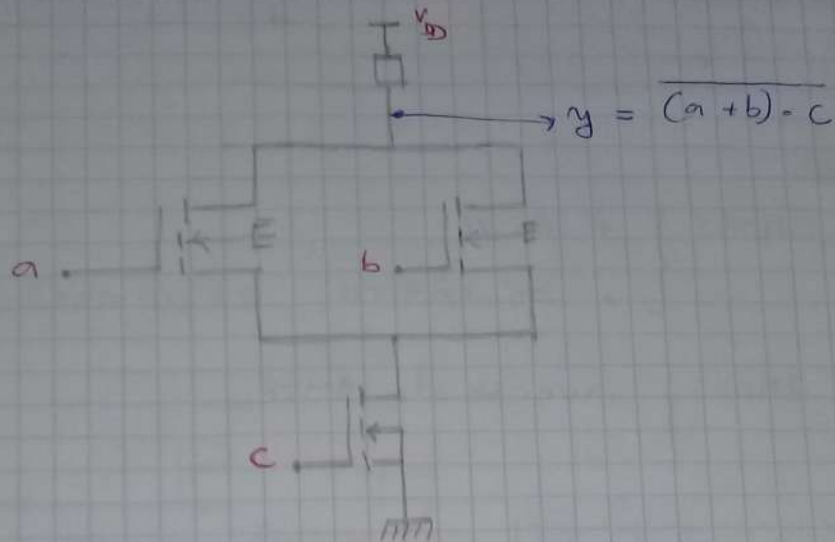
Ex d'applications



• la famille logique
NMOS

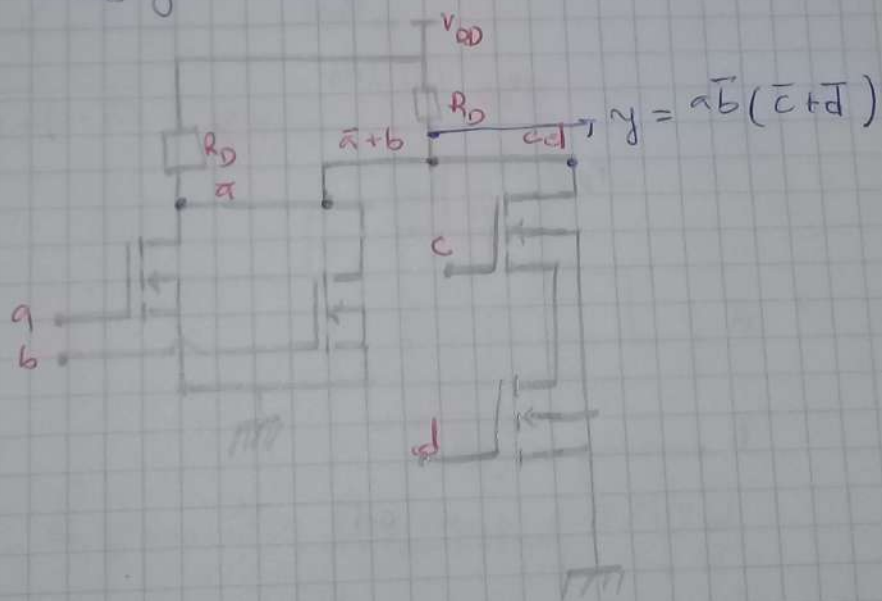
$$y = \bar{a}\bar{b} + c \rightarrow \text{NHCOS}$$

$$\bar{y} = \overline{(\bar{a}\bar{b}) + c} = (a+b) \cdot \bar{c}$$

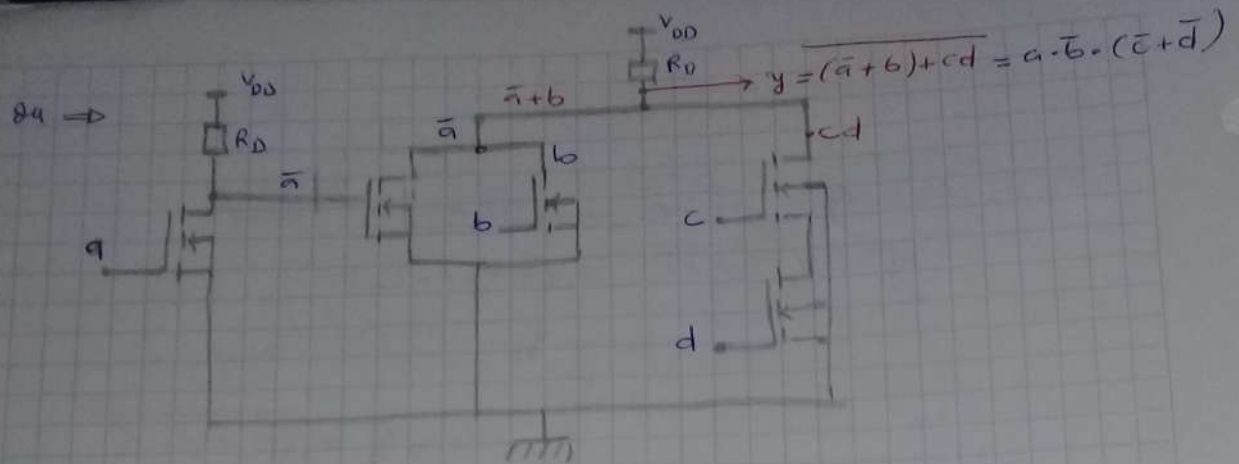


-DEXAM 201F $\Rightarrow y = a\bar{b}(\bar{c} + \bar{d}) \rightarrow \text{NHCOS}$

$$\Rightarrow \bar{y} = \overline{(a\bar{b}) \cdot (\bar{c} + \bar{d})} = (\bar{a} + b) + (c\bar{d})$$



24



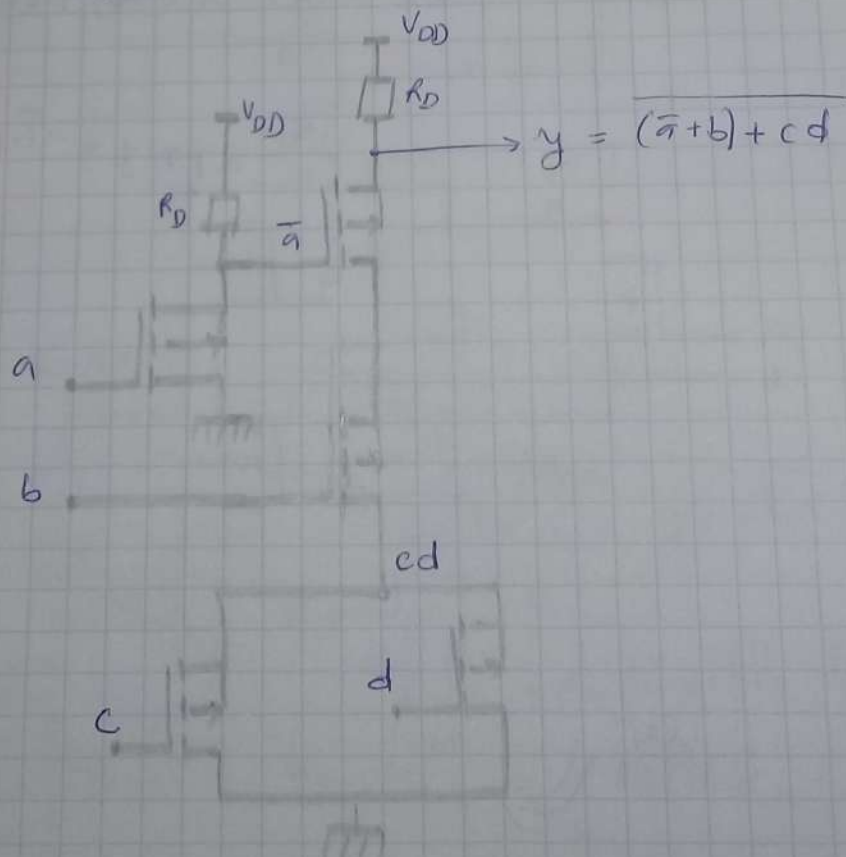
NB:

NMOS: $\left\{ \begin{array}{l} + \Rightarrow // \\ \cdot \Rightarrow \text{en serie} \end{array} \right.$

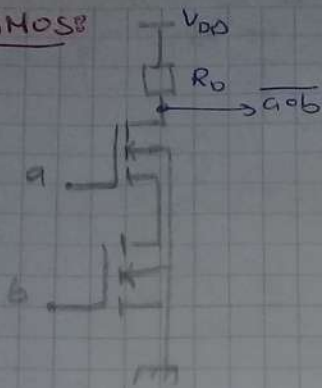
PMOS: $\left\{ \begin{array}{l} \text{inverse de NMOS} \end{array} \right.$

$\Rightarrow y = a\bar{b}(\bar{c} + \bar{d}) \Rightarrow$ PMOS

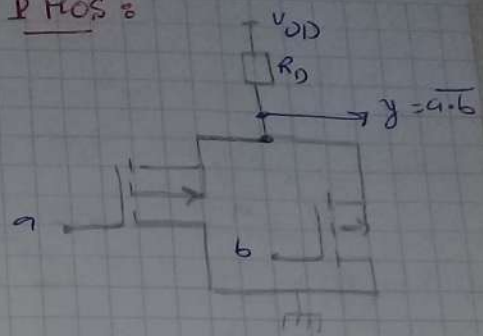
$\bar{y} = (\bar{a} + b) + cd$



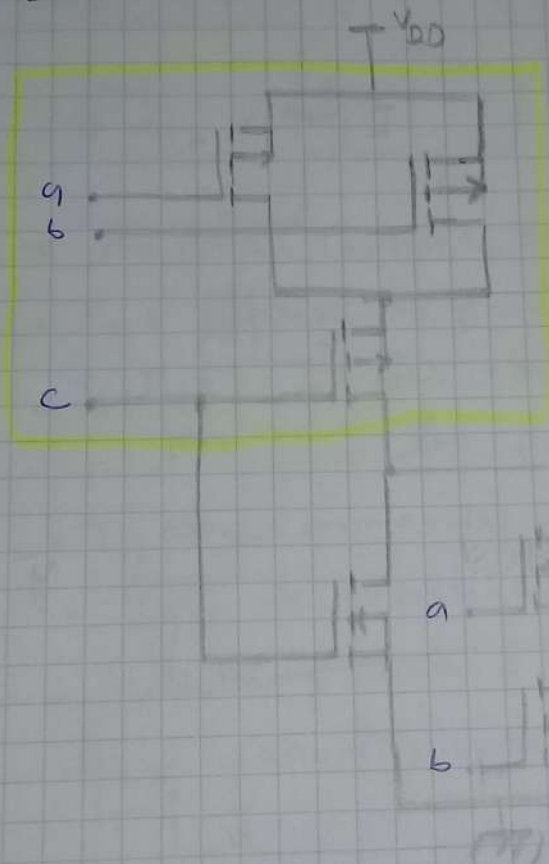
NMOS



PMOS



→ Exemple 2017 :



$\equiv R_D$ (inverseur)

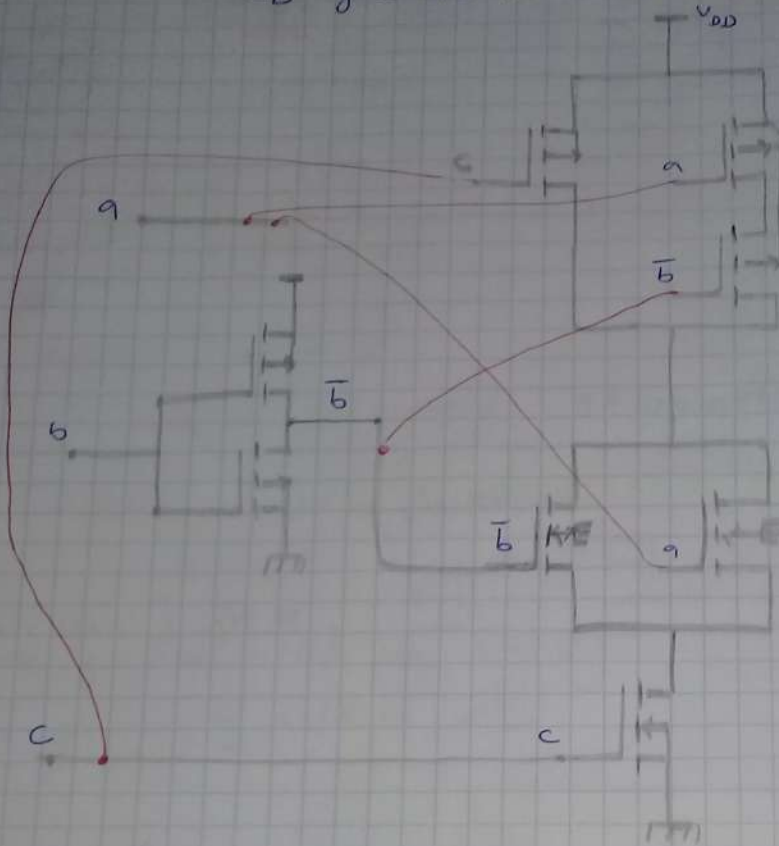
→ la famille logique : CMOS

$$\Rightarrow \bar{y} = c + ab$$

$$\Rightarrow y = \overline{c + ab}$$

⇒ Exam 2015°

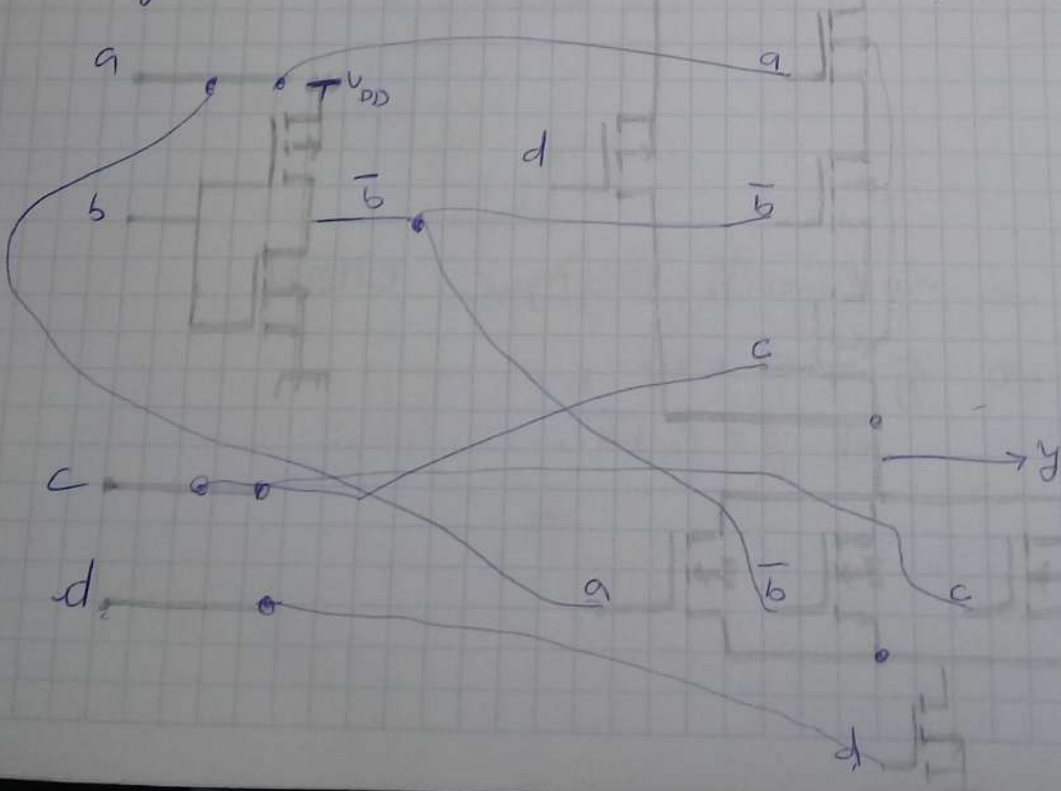
→ $y = \bar{a}b + \bar{c} \Rightarrow \text{CMOS}$



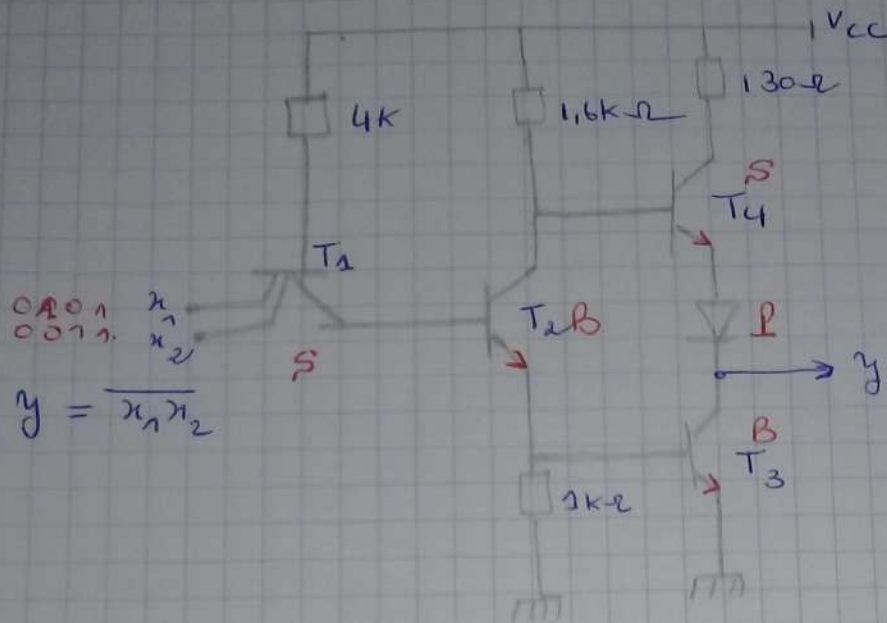
∴ Ex3 (série TD)

$y = (\bar{a}b\bar{c}) + \bar{d}$ CMOS

$y = (a + \bar{b} + c) \cdot d$



• TTL



$$y = \overline{x_1 x_2}$$

• si x_1, x_2 à l'état bas :

$$T_1 = S \text{ et } T_3 = B$$

$$T_4 = S \Rightarrow y = 1$$

• si x_1, x_2 à l'état haut :

$$T_1 = B, T_2 \text{ et } T_3 = S$$

$$T_4 = B$$

$$\Rightarrow y = 0$$

→ les rôles (T_1, T_2, T_3, T_4)

• T_1 : Réalisé la fonction AND

• T_3, T_4 : sont des interrupteur que fabrique les portes logique

• T_2 : commande les interrupteur T_3 et T_4

• rôle de résistance 130Ω protège T_3 et T_4

• rôle de Diode : assure le blocage de T_4 quand la sortie y annule

$$\Rightarrow x_1 = x_2 = 0,2V \rightarrow x_1 = x_2 = 0$$

$$\text{ou } x_1 = 0,2V \rightarrow 0$$

$$x_2 = 5V \rightarrow 1$$